



Konfárné Nagy Klára • Kovács István

PRÓBAÉRETTSÉGI FELADATSOROK

12 feladatsor megoldásokkal, magyarázatokkal

MATEMATIKA



KÖZÉPSZINT

2024-től

érvényes
követelmények

A könyvet írta: **Konfárné Nagy Klára** • középiskolai tanár
Kovács István • középiskolai tanár

Lektorálta: Németh Sarolta • középiskolai tanár

Felelős szerkesztő: Tóth Katalin

Borítóterv: Szőke András

Műszaki szerkesztő: Horváth Péter

Ábrák: Horváth Péter

Anyanyelvi lektor: Varró Sándor

Fotók: shutterstock.com

Minden jog fenntartva, beleértve a sokszorosítás, a mű bővített, illetve rövidített változata kiadásának jogát is.

A kiadó írásbeli hozzájárulása nélkül sem a teljes mű, sem annak része semmiféle formában nem sokszorosítható.

ISBN: 978 963 697 898 3

Copyright: Mozaik Kiadó – Szeged, 2020, 2023



Feladatsorok

Tanácsok a feladatok megoldásához

A feladatsorokat önálló gyakorlásra javasoljuk.

Mivel a vizsgán az I. részt 45 perc, a II. részt 135 perc alatt kell megoldani, a gyakorlásra is kb. ennyit érdemes szánni. Az első néhány alkalommal még nem szükséges tartani az időkorlátot, de hasznos visszajelzést ad, ha megméri, hogy mennyi idő kellett a feladatsorok megoldásához. A vizsgához közeledve persze már célszerű időre írni a próbaérettségét.

Az alapfogalmak ismeretét ellenőrző I. rész megoldására van hely, ezt célszerű a könyvbe beírni. Így rutint szerezhethet abban is, hogy a választ hogyan kell megadni. Az útmutatást követve csak ott kell részleteznie a megoldást, ahol ezt a szöveg kéri. A választ mindig a pontozott helyre írja be.

A II./A és II./B rész összetettebb, gyakorlati problémákat tartalmaz, ezért a feladatok szövegét különös gondossággal olvassa el. Ennél a résznél minden megoldást részletesen le kell írni.

A gyakorlásakor lehetőleg a II./B rész mindhárom feladatát oldja meg, és utána döntse el, hogy a vizsgán melyiknek a javítását nem kérné. Válaszadás előtt mindig újra olvassa el a feladatot, gondolja végig, hogy mindenre figyelt-e, az ellenőrzést elvégezte-e, és csak ezután válaszoljon.

I. rész

Az I. rész feladatainak megoldására 45 perc fordítható.

- 1 Mekkora az a tompaszög, amelynek szinusza 0,5?

 2

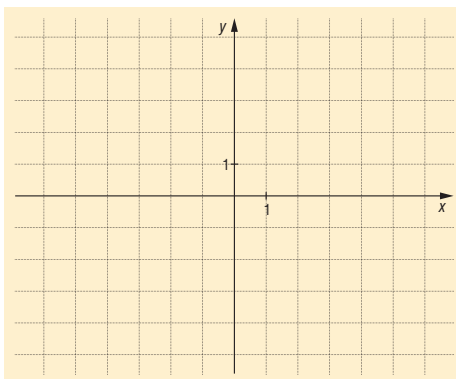
A keresett tompaszög:

- 2 A Bükk turistatérképének méretaránya 1 : 40 000. Egy turistautat követve a Tar-kő és a Három-kő közötti távolság a térképen 44 mm. Hány méter hosszú ez az út a valóságban?

 2

Az út a valóságban: m.

- 3 Ábrázolja a $[-3; 6]$ intervallumon értelmezett $f(x) = \frac{5}{3}x - 2$ függvényt!


 2

- 4 Egy szám kettes számrendszerben felírt alakja 1110110_2 . Írja át a számot 10-es számrendszerbe!

 2

A szám értéke:

- 5 Egy számtani sorozat második eleme 12, hatodik eleme 44. Mennyi a sorozat differenciája?

 2

A differencia:

- 6 Mekkora a szabályos 24 oldalú sokszög szögei?

 3

A sokszög szögei:

- 7 Egy derékszögű háromszög átfogója 115 cm, az egyik befogója 92 cm hosszú. Igaz-e, hogy a harmadik oldal mérőszáma is egész szám? Válaszát indokolja!

 2

- 8 Melyik szám a nagyobb: $\log_2 16$ vagy $\log_3 27$?

 2

A a nagyobb.

9 Az „irracionális” szó betűit hány különböző módon lehet egymás mellé leírni?

2

..... különböző módon.

10 Milyen távolságra van az origótól az $5x - 2y = 23$ egyenletű egyenes 1 ordinátájú pontja?

3

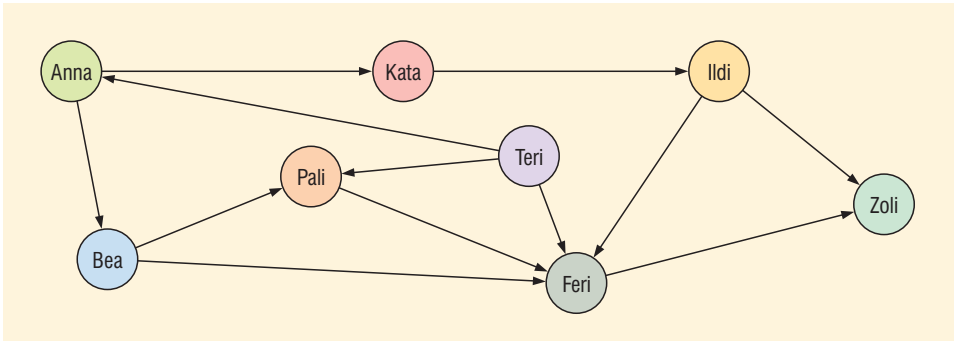
A pont távolsága az origótól:

11 A Pénzes család bevételehez anya és apa fizetése 2 : 3 arányban járul hozzá. Hány százalékkal nő a család bevétele, ha anya fizetését 20%-kal, apáét pedig 25%-kal emelik?

4

.....%-kal.

- 12 Egy baráti társaság találkozót szeretne szervezni, ezért egyikük felhívta néhányukat, hogy segítsenek értesíteni a többieket. Rövid idő múlva mindenki értesült a találkozóról. Az ábrán nyilak jelzik, hogy ki kit hívott fel.



Döntse el az alábbi állításokról, hogy melyik igaz és melyik hamis!

- A) A találkozót Teri kezdte szervezni.
 B) Kata előbb tudott a találkozó szervezéséről, mint Anna.
 C) Feri nem hívott fel senkit.
 D) Bea nem hívta fel Zolit.

A) B) C) D)

II. rész/A

A II. rész feladatainak megoldására 135 perc fordítható.

- 13 Egy 12 cm sugarú körhöz érintőket húzunk a kör középpontjától 30 cm távolságra lévő pontból.

- a) Mekkora szöget zár be a két érintő?
 b) Milyen hosszú az érintési pontokat összekötő húr a körben? Az eredményt centiméterben egész értékre kerekítve adja meg!

a 7

b 5

ö 12

- 14 A Zöld Oroszlán étteremben lakodalomhoz készülődnek. Ha valahány 6 személyes asztallal terítene, akkor 3 hely üresen marad, ha pedig 5-tel kevesebb 8 személyes asztalt helyeznek el, akkor 3 vendégnek nem jut hely.

- a) Hány vendégre számítanak?

a 7

b 5

ö 12

A lakodalom végén a szervezők megkérdezték a vendégektől, hogy ki hány vendéggel táncolt. Érdekes módon mindenki páratlan számot mondott.

- b) Előfordulhat-e, hogy valaki rosszul számolt? Válaszát indokolja!

- 15 Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket!

$$a) \frac{x(x+4)}{x-5} = 2 - \frac{45}{5-x}$$

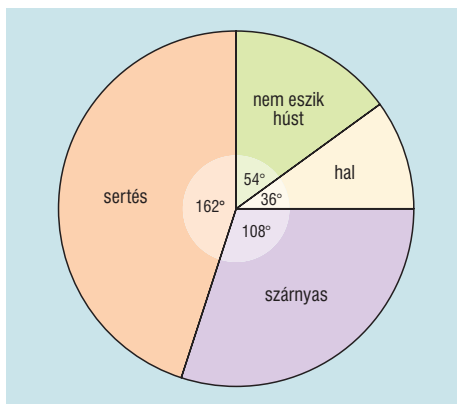
$$b) \sqrt{4x+44} = x+3$$

a 6 b 6 ö 12

II. rész/B

**A 16–18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be ebbe az üres négyzetbe!**

- 16 Egy felmérés során 500 embertől megkérdezték, hogy milyen húsfajtát fogyaszt leggyakrabban. A felmérésről egy kördiagram készült.

a 6 b 4 c 3 d 4 ö 17

- a) Töltse ki a következő táblázatot a felmérés adataival!

Húsfajta	hal	sertés	szárnyas	nem eszik húst
Létszám				

- b) Készítsen oszlopdigramot a felmérés eredményéről!

A felmérésben részt vevők között egy ajándécsomagot sorsolnak ki.

- c) Mennyi a valószínűsége, hogy az ajándécsomagot olyan ember nyeri, aki nem fogyaszt húst?
- d) Ha két különböző ajándékot sorsolnának ki, mennyi lenne a valószínűsége, hogy mindkettőt olyan ember nyeri, aki halat fogyaszt leggyakrabban?

- 17 Egy bankban elhelyezünk 1 000 000 Ft-ot, amely évente kamatozik. Egy év után a kapott kamatot is hozzáadják a tőkéhez, tehát a következő évben már az is kamatozik.

- a) Mennyi az éves kamat, ha két év után 1 071 225 Ft-ot vehetünk ki a bankból?

a 4 b 6 c 7 ö 17



Megoldások

A feladatsor megírása után ugyancsak időigényes munka következik: a javítás. Ha a megoldásai jók (vagy annak tűnnek), akkor is érdemes őket az itt található részletes megoldásokkal összehasonlítani; a pontozási útmutató segítségével pedig leellenőrizni, hogy minden részpontszám jár-e rájuk.

Az I. rész javítása egyszerűbb, mert ahol a szöveg nem kérte a válasz indoklását, a helyes végeredmény esetén a teljes pontszám jár. Itt azonban súlyos pontokat lehet veszíteni az elért számok vagy a hibásan használt jelölések miatt! Ahol indoklás is szükséges, ott csak annak leírása esetén járnak a részpontszámok.

A II. rész feladatait egységenként pontozzák, ezért a megoldások részleteit is ellenőrizni kell. Ha egy részben számolási hiba van, arra a részre nem lehet pontot adni. Elvi hiba után az azt követő részekre sem jár a pont.

A könyvben általában igyekeztünk többféle megoldást is adni, de természetesen ezektől eltérő megközelítéssel is lehet tökéletes a problémára adott válasz.

A II./B részben ne felejtse el ellenőrizni azt is, hogy jól döntött-e annak a feladatnak a kiválasztásakor, amelyiknek a javítását „passzolta”!

Érdeemes a hibákból tanulni, hiszen a vizsga előtt még van lehetőség pótolni a hiányosságokat!

I. rész

- 1 Mekkora az a tompaszög, amelynek szinusza 0,5?

A keresett tompaszög: **150°**.

(2 pont)



- 2 A Bükk turistatérképének méretaránya 1 : 40 000. Egy turistautat követve a Tar-kő és a Három-kő közötti távolság a térképen 44 mm. Hány méter hosszú ez az út a valóságban?

Az út a valóságban:

$$40\,000 \cdot 44 \text{ mm} = 1\,760\,000 \text{ mm} = \mathbf{1760 \text{ m.}}$$

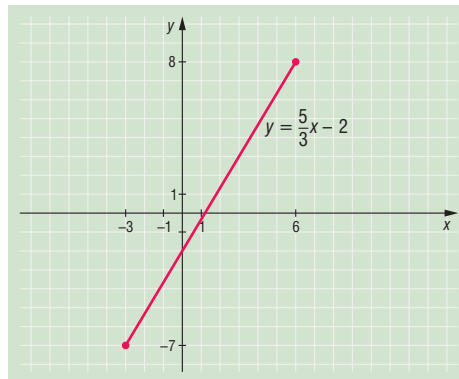
(2 pont)



- 3 Ábrázolja a $[-3; 6]$ intervallumon értelmezett $f(x) = \frac{5}{3}x - 2$ függvényt!

M: A függvény ábrája jobbra látható.

(2 pont)



- 4 Egy szám kettes számrendszerben felírt alakja 1110110_2 . Írja át a számot 10-es számrendszerbe!

A szám értéke:

$$0 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 4 + 0 \cdot 8 + 1 \cdot 16 + 1 \cdot 32 + 1 \cdot 64 = \mathbf{118.}$$

(2 pont)



- 5 Egy számtani sorozat második eleme 12, hatodik eleme 44. Mennyi a sorozat differenciája?

A differencia:

$$a_6 = a_1 + 5d = a_2 + 4d, \quad \text{amiből} \quad d = \mathbf{8.}$$

(2 pont)



- 6 Mekkora a szabályos 24 oldalú sokszög szögei?

M: A 24 oldalú sokszög szögeinek összege:

$$(24 - 2) \cdot 180^\circ = 3960^\circ. \quad (2 \text{ pont})$$

Ebből egy szög $3960^\circ : 24 = \mathbf{165^\circ.}$

(1 pont)



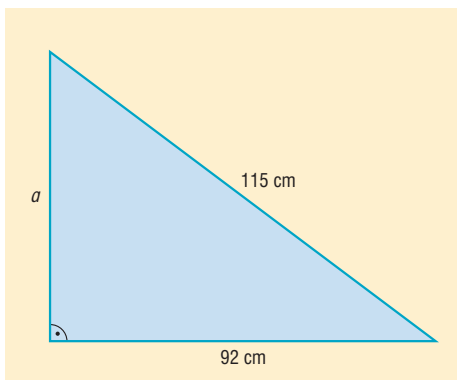
- 7 Egy derékszögű háromszög átfogója 115 cm, az egyik befogója 92 cm hosszú. Igaz-e, hogy a harmadik oldal mérőszáma is egész szám? Válaszát indokolja!

M: A Pitagorasz-tétellel:

$$a^2 + 92^2 = 115^2,$$

amiből $a = 69$ cm.

Tehát **igaz**, a harmadik oldal mérőszáma is egész szám. (2 pont)



- 8 Melyik szám a nagyobb: $\log_2 16$ vagy $\log_3 27$?

M: $\log_2 16 = 4$ és $\log_3 27 = 3$.

Tehát $\log_2 16 > \log_3 27$, a **$\log_2 16$** a nagyobb. (2 pont)

- 9 Az „irracionális” szó betűit hány különböző módon lehet egymás mellé leírni?

M: A szó 12 betűből áll, ebből 2 db „r” és 3 db „i” egyforma.

Tehát a lehetséges sorrend:

$$\frac{12!}{2! \cdot 3!} = 39\,916\,800. \quad (2 \text{ pont})$$

- 10 Milyen távolságra van az origótól az $5x - 2y = 23$ egyenletű egyenes 1 ordinátájú pontja?

M: Az $y = 1$ értéket behelyettesítve az egyenletbe $x = 5$ adódik. A pont koordinátái: (5; 1). (1 pont)

Távolsága a (0; 0) ponttól:

$$\sqrt{5^2 + 1^2} = \sqrt{26} \approx 5,099. \quad (2 \text{ pont})$$

- 11 A Pénzes család bevételéhez anya és apa fizetése 2 : 3 arányban járul hozzá. Hány százalékkal nő a család bevétele, ha anya fizetését 20%-kal, apáét pedig 25%-kal emelik?

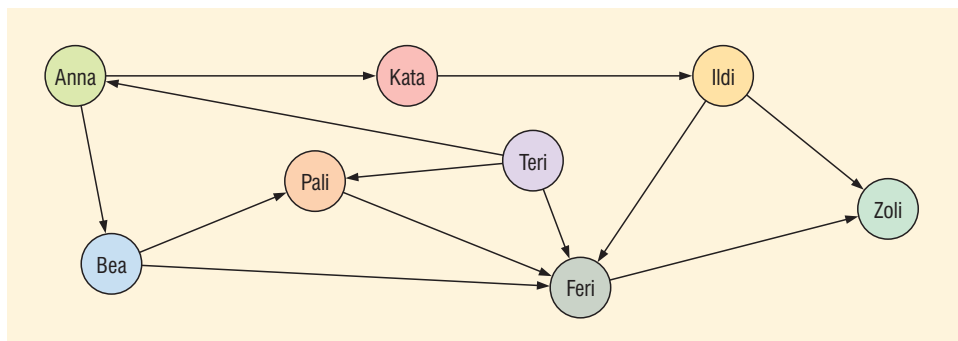
M: Ha az eredeti bevételük $5a$, akkor az emelés után:

$$(2a \cdot 1,20) + (3a \cdot 1,25) = 6,15a. \quad (2 \text{ pont})$$

Ez az eredetinek $\frac{6,15a}{5a} = 1,23$ -szorososa, vagyis **23%-kal** emelkedik a család bevétele. (2 pont)

- 12 Egy baráti társaság találkozót szeretne szervezni, ezért egyikük felhívta néhányukat, hogy segítsenek értesíteni a többieket. Rövid idő múlva mindenki értesült a találkozóról. Az ábrán nyilak jelzik, hogy ki kit hívott fel.

4



Döntse el az alábbi állításokról, hogy melyik igaz és melyik hamis!

- A) A találkozót Teri kezdte szervezni.
 B) Kata előbb tudott a találkozó szervezéséről, mint Anna.
 C) Feri nem hívott fel senkit.
 D) Bea nem hívta fel Zolit.

M: A helyes válaszok:

(1-1 pont)

- A) **igaz** B) **hamis** C) **hamis** D) **igaz**

II. rész/A

- 13 Egy 12 cm sugarú körhöz érintőket húzunk a kör középpontjától 30 cm távolságra lévő pontból.

a) Mekkora szög zár be a két érintő?

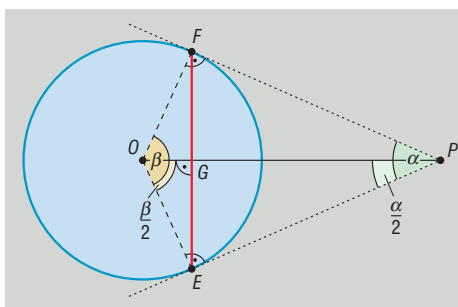
M: A helyes ábra. (3 pont)

Az ábrán használt jelölésekkel, ha a keresett szög α , akkor az OEP derékszögű háromszögben:

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{OE}{OP} = \frac{12}{30},$$

ahonnan

$$\frac{\alpha}{2} = 23,578^\circ. \quad (3 \text{ pont})$$



a 7

Ennek kétszerese a két érintő által bezárt szög:

$$\alpha = 47,156^\circ.$$

(1 pont)

- b) Milyen hosszú az érintési pontokat összekötő húr a körben? Az eredményt centiméterben egész értékre kerekítve adja meg!

M: A keresett EF szakasz az OEF egyenlő szárú háromszög alapja.

Ha az O -nál lévő szöget β -val jelöljük, az OEP háromszögből:

$$\frac{\beta}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} = 66,422^\circ. \quad (2 \text{ pont})$$

Az OEG derékszögű háromszögben:

$$\frac{EG}{12} = \sin \frac{\beta}{2},$$

amiből $EG = 10,998$.

Ennek kétszerese a keresett szakasz:

$$EF = 21,996. \quad (2 \text{ pont})$$

Egész értékre kerekítve az eredmény 22 cm.

(1 pont)

- 14** A Zöld Oroszlán étteremben lakodalomhoz készülődnek. Ha valahány 6 személyes asztallal terítenek, akkor 3 hely üresen marad, ha pedig 5-tel kevesebb 8 személyes asztalt helyeznek el, akkor 3 vendégnek nem jut hely.

- a) Hány vendégre számítanak?

M: Jelöljük a 6 személyes asztalok számát x -szel, a vendégek számát y -nal. Az információk alapján egyrészt $6x - 3 = y$, másrészt $8(x - 5) = y - 3$.

Meg kell oldani a következő egyenletrendszert:

$$\left. \begin{array}{l} 6x - 3 = y \\ 8(x - 5) = y - 3 \end{array} \right\} \quad (3 \text{ pont})$$

Az első egyenletből y -t a másodikba helyettesítve:

$$8(x - 5) = 6x - 3 - 3,$$

aminek a megoldása $x = 17$, amiből $y = 99$.

(2 pont)

Valóban, ha 17 db 6 személyes asztalt helyeznek el, ahhoz 102 ember tudna leülni, de ha 12 db 8 személyes asztallal terítenek, ahhoz 96 ember tud helyet foglalni.

(1 pont)

Tehát 99 vendégre számítanak.

(1 pont)

A lakodalom végén a szervezők megkérdezték a vendégektől, hogy ki hány vendéggel táncolt. Érdekes módon mindenki páratlan számot mondott.

- b) Előfordulhat-e, hogy valaki rosszul számolt? Válaszát indokolja!

M: Ha gráffal szemléltetnénk, hogy ki kivel táncolt, a 99 pontból álló gráf minden csúcsából páratlan számú él indulna ki. A 99 db páratlan szám összege páratlan. A pontok fokszámainak összege ebben az esetben páratlan szám lenne, ami nem fordulhat elő.

(4 pont)

Tehát egészen biztos, hogy valaki rossz számot mondott.

(1 pont)

15 Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket!

$$a) \frac{x(x+4)}{x-5} = 2 - \frac{45}{5-x}$$

$$b) \sqrt{4x+44} = x+3$$

Megoldás:

a) Az egyenletnek csak akkor van értelme, ha $x \neq 5$.

(1 pont)

Ha beszorzunk $(x-5)$ -tel: $x(x+4) = 2(x-5) + 45$.

A zárójel felbontása és rendezés után: $x^2 + 2x - 35 = 0$.

(2 pont)

Ennek megoldásai: $x_1 = 5$ és $x_2 = -7$.

(1 pont)

Mivel az 5-öt kizártuk, csak az $x_2 = -7$ lehet.

(1 pont)

Ellenőrzéssel meg is győződhetünk, hogy ez valóban helyes megoldás. (1 pont)

b) A négyzetgyökös egyenletnek csak akkor van értelme, ha $x \geq -11$ a négyzetgyök értelmezési tartománya miatt, és $x \geq -3$ a négyzetgyök értékészlete miatt.

(1 pont)

A négyzetre emelés után: $4x + 44 = (x + 3)^2$.

A zárójel felbontása és rendezés után: $0 = x^2 + 2x - 35$.

(2 pont)

Ennek megoldásai: $x_1 = 5$ és $x_2 = -7$.

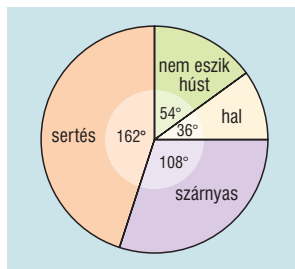
(1 pont)

Az értelmezési tartománynak mindkét szám eleme, de az ellenőrzésből kiderül, hogy csak az $x = 5$ megoldás.

(2 pont)

II. rész/B

16 Egy felmérés során 500 embertől megkérdezték, hogy milyen húsfajtát fogyaszt leggyakrabban. A felmérésről egy kördiagram készült.



a) Töltse ki a következő táblázatot a felmérés adataival!

M: A táblázat helyes kitöltése:

(1-1 pont)

Húsfajta	hal	sertés	szárnyas	nem eszik húst
Létszám	50	225	150	75

A halhoz tartozó középponti szög 36° , a halat fogyasztók száma:

$$500 \cdot \frac{36^\circ}{360^\circ} = 50.$$

TARTALOMJEGYZÉK

Feladatok

1. feladatsor	6
2. feladatsor	12
3. feladatsor	18
4. feladatsor	24
5. feladatsor	30
6. feladatsor	36
7. feladatsor	42
8. feladatsor	48
9. feladatsor	54
10. feladatsor	60
11. feladatsor	66
12. feladatsor	72

Megoldások

1. feladatsor	80
2. feladatsor	90
3. feladatsor	99
4. feladatsor	107
5. feladatsor	115
6. feladatsor	125
7. feladatsor	135
8. feladatsor	148
9. feladatsor	160
10. feladatsor	173
11. feladatsor	185
12. feladatsor	195